

数理生物学入門 14章

川村 哲也

14・1 採餌場所選択のゲーム

理想自由分布に従う非協力ゲーム

1 個体当たりの摂食速度： $f_i(x_i) = a_i - b x_i$ ($i = 1, 2$)

← 採餌場所にいる個体数 = x_i $a_1 > a_2$

総数 $N = x_1 + x_2$

平衡状態では、 $f_1(x_1) = f_2(x_2)$ が成立。

→ 非協力平衡、ナッシュ平衡

協力ゲーム：N 個体全体での資源の利用効率を高くするように採餌

MAX $[\varphi = x_1 f_1(x_1) + x_2 f_2(x_2)]$

s.t. $x_1 + x_2 = N$

協力と非協力、どちらが進化するか？

自然淘汰の考え方：それぞれの個体が自らの繁殖成功度を高くするように選ぶとする
非協力平衡。

しかし、血縁淘汰に見られるように、進化する行動を決定する尺度には、他個体の繁殖成功をも考慮に入れる必要がある。

14・2 どちらの性が子を世話するのか

両性が、もしくは一方の性が子供の世話をすることは、どのような状況で進化するのかを説明するゲームモデル。

プレイヤー：雄 雌

子の生存率：両親が世話 = S_2 片親のみ = S_1 世話なし = S_0 ($S_2 > S_1 > S_0$)

産卵数：世話をする雌 = v 産みっぱなしの雌 = V ($v < V$)

繁殖への参加：世話をする雄 = p しない雄 = P ($p < P$)

利得表：

		雌が子の世話を	
		する	しない
雄が 子の世話を	する	$v S_2 (1 + p) / v S_2$	$V S_1 (1 + p) / V S_1$
	しない	$v S_1 (1 + P) / v S_1$	$V S_0 (1 + P) / V S_0$

* 表のセル内の左側が雄の利得、右が雌の利得を表す。

進化的に安定な状態では、ナッシュ平衡。

進化的に安定な戦略：実現する安定な平衡状態で優占する行動タイプ（戦略）は、それと異なる行動をとる個体が少数侵入しても、適応度が低いために侵入者の子孫が広がり得ないという性質を持つ

14・3 動物の闘争：タカ・ハトゲーム

Maynard Smith and Price のモデル

プレイヤー：タカ（H）～戦いにエスカレートし、持っている武器を有効に用いて相手を倒そうとする

ハト（D）～儀式的な闘争をして相手がエスカレートすると逃げ出す

→ 闘争に勝てばVの利得が得られる

両者がエスカレートした場合、負けたほうはCだけの損失を被る

戦略IがESS（進化的に安定な戦略）であるための条件

$$E(I, I) > E(J, I)$$

$$\text{または } E(I, I) = E(J, I) \quad \text{かつ} \quad E(I, J) > E(J, J)$$

が、I以外の全ての戦略Jに対して成立すること

$C > V$ を仮定

確率的にタカ戦略とハト戦略を混ぜて使う混合戦略を考えたとき

「確率 V/C でタカ、確率 $1 - V/C$ でハト」という混合戦略がESSとなる

$V > C$ を仮定

タカ戦略が進化的に安定

報復戦略を追加した拡張モデル

報復戦略：闘争が同一の相手と続けて多数回行われるとき、はじめはハトとしてふるまっていたが、相手がエスカレートすると怒って次回からは自らもエスカレートするという戦略

報復戦略がESSとなる

→ 報復戦略をとる個体ばかりからなる集団には、タカ戦略は侵入できない。

→ 儀式的闘争の進化を説明

ブルジュア戦略を追加したモデル

ブルジュア戦略：自らが所有者の場合には強気に出てタカ的にふるまうが、侵入者のときには遠慮をしてハト戦略をとる。

→ ブルジュア戦略が全体を占める集団にはタカもハトも侵入できないので、このゲームではブルジュア戦略がESSである。

→ 動物にはなわばり制をはじめとして、所有権を認めるかのような行動が見られる。

タカ・ハト・ブルジョアゲームの利得表：

		相手が		
		タカ	ハト	ブルジョア
自分が	タカ	$(V - C) / 2$	V	$(3V - C) / 4$
	ハト	0	$V / 2$	$V / 4$
	ブルジョア	$(V - C) / 4$	$3V / 4$	$V / 2$

14・4 持久戦ゲーム

持久戦ゲーム：2個体が資源をめぐって闘争し、どちらか一方が手を引いたときに他方が資源の利得 V を全て手に入れるというゲーム。

→進化的に安定な状態では、さまざまな粘り時間をもつ個体が混ざっていて、相手がいつ降りるのか予測できないという形になっている

進化的に安定な混合戦略： $p(t) = \exp(-(c/V)t)c/V$ という指数分布

Bishop-canning の定理：混合戦略がESSであるときには、それぞれの行動をとる個体の平均利得が等しくなる。

14・5 樹木の高さと樹冠の形

樹木の利得： $\varphi = f(L(x)) - c(x)$

$$f(L(x)) = a \log L(x) + b \quad c(x) = c_0 x^2$$

$$L(x) = L_0 \exp(-\alpha L A I_x)$$

林のすべての樹木が高さ x^* にそろっていて、樹冠の幅が k とすると、

$$\alpha L A I_x = \begin{cases} D \rho_w & x < x^* - k/2 \\ D \rho_w (x^* - x + k/2) & x^* - k/2 < x < x^* + k/2 \\ 0 & x > x^* + k/2 \end{cases}$$

ESSもしくは単型平衡解 x^*

$$x^* = a D \rho_w / 2 c_0 k \rightarrow (\text{光合成速度})(\text{遮光度}) / (\text{コストの係数})(\text{樹冠の厚み})$$

樹冠の厚みが減少し、ESSにおける樹冠が高くなると、単型解が不安定になり、2型平衡解になり、さらに薄くなると、多型平衡解が現れる。

→樹木の高さや樹冠の形は順次に決まるものでなく、動的な成長過程を経て形成される。